る。

References

1) T. Marumori, F. Sakata, T. Une, Y. Hashimoto and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **66** (1981), 1651.

2) T. Marumori, F. Sakata, T. Une, and Y. Hashimoto, Proceedings of the International Symposium on "Time-Dependent Hartree-Fock and Beyond" (Springer, 1983)

3) T. Marumori, F. Sakata, T. Une and Y. Hashimoto, Prog. Theor. Phys. Suppl. Nos. **74** & **75** (1983), 221.

4) T. Marumori, F. Sakata, T. Maskawa, T. Une and Y. Hashimoto, Proceedings of the 1982 Brasov International Summer School of Nuclear Physics (World Scientific Pub., 1983)

5) S. C. Pang, A. Klein and R. M. Dreizler, Ann. of Phys. **49** (1968), 477.

6) S. Y. Li, A. Klein and R. M. Dreizler, J. of Math. Phys. **11** (1970), 975.

7) F. Sakata, Y. Hashimoto, T. Marumori and T. Une, Prog. Theor. Phys. **70** (1983), 163.

# 大振幅集団運動と変分法*)

高知大・理　岩　崎　正　春

## §1. はじめに

最近，大振巾集団運動に対する理論として時間依存ハートリー・フォック（TDHF）の方法が注目されている。しかしTDHF理論を大振巾集団運動に適用する際，次の二つの課題を克服しなければならない。

(i) 集団座標の選択
(ii) TDHFの量子化

これらの課題に対して変分法を用いて答えようと試みるのが，この論文の目的である。

大振巾集団運動の一例として，回転運動を考えよう。従来の変分法[2]では，試行波動関数として次の形を採用する。

$$\Psi[f(\theta)] = \int f(\theta) U(\theta) |0\rangle d\theta \qquad (1)$$

但し，$|0\rangle$ は変形一体場の状態であり，$U(\theta)$ はその状態を角度 $\theta$ だけ回転させるユニタリー演算子である。試行関数 (1) の特徴は，縮退した一体場 $|\theta\rangle = U(\theta)|0\rangle$ ，即ち，

*) 詳細は，文献 1) を見て下さい。

$$<\theta|H|\theta>=<0|H|0> \tag{2}$$

が成立する一体場状態の一次結合をとっていることである。このことを一般化すると次の様になるであろう。

(1) ある集団運動が存在するためには，ほとんど縮退した一体場の状態群M：$|B>=U(B)|0>$ が存在する。ここで，$B=(B_1, B_2, \cdots, B_f)$。

$$<B|H|B>\approx<0|H|0> \tag{3}$$

(2) 試行波動関数として次の形をとる。

$$\Psi[f(B), a]=\int f(B)\,U(B;a)|0>dB \tag{4}$$

但し，aは変分空間Mを特徴づけるパラメータで，この値も関数$f(B)$と同時に変分原理から決定する。

## §2. 変分空間

一般に一体場状態は，フェルミオンの対演算子で作られるリー代数の生成子 $\{E_a\}$ $(a=1, 2, \cdots, n)$ を用いて，コヒーレント状態

$$|A>=\exp(iA_aE_a)|0> \tag{5}$$

と表現される。$A_a$は実変数，$E_a$はエルミートで次の交換関係をもつ：

$$[E_a, E_b]=i f_{abc}E_c \tag{6}$$

また，リー代数内に

$$(E_a, E_b)\equiv \mathrm{Tr}(\mathrm{ad}E_a\cdot \mathrm{ad}E_b)=f_{acd}f_{bcd} \tag{7}$$

で定義される内積を導入すると，生成子 $\{E_a\}$ を適当に選ぶことにより，

$$(E_a, E_b)=\delta_{ab} \tag{8}$$

と出来る。

我々の変分空間Mは，(3)によって定義されている。(3)をみたす状態の集合は，一体場状態(5)すべての集合の作るリー群の部分多様体を形成している。そこで我々はMを拡大して，変分空間としてMを含む最小の部分リー群$\bar{M}$を採用する。$\bar{M}$に対応する部分リー代数の生成子として

$$X_i=U_{ia}E_a\ (i=1, 2, \cdots, f) \tag{9}$$

と書くと，残りの$(n-f)$個の生成子

$$X_m = U_{ma} E_a \ (m = f+1, \cdots, n) \tag{10}$$

とまとめて，次の様にすることが出来る。

$$\left\{ \begin{array}{ll} X_\alpha = U_{\alpha a} E_a \ \text{and} \ (E_\alpha, E_\beta) = \delta_{\alpha\beta} & (11) \\ & \\ [X_\alpha, X_\beta] = i F_{\alpha\beta\gamma} X_\gamma & (12) \end{array} \right.$$

以上より，我々は変分波動関数として

$$\Psi[\psi(B), U_{ia}] = \int f(B) \exp(i B_i X_i) | 0 > dB \tag{13}$$

をとり，変分原理として

$$\delta \left( \frac{<\Psi | H | \Psi>}{<\Psi | \Psi>} - \sum_{ia} \lambda_i U_{ia} U_{ia} \right) = 0 \tag{14}$$

を解けばよい。但し，変分は $\psi(B)$ と $\{U_{ia}\}$ についてとり，$\{U_{ia})$ は(11)からくる条件

$$U_{ia} U_{ja} = \delta_{ij} \tag{15}$$

をみたさねばならない。

## § 3. 変分方程式

解くべき方程式(14)は一般に積分方程式であるが，集団変数 $\{X_i\}$ と残りの変数 $\{X_m\}$ が，断熱的に良く分離されるならば，微分方程式に帰着される。状態 $| B > = \exp(i B_i X_i)$ に対して

$$\frac{\partial}{\partial B_\alpha} | B > = i \int_0^1 d\lambda \, e^{i\lambda B_i X_i} X_\alpha e^{-i\lambda B_i X_i} | B > \equiv i N_{\alpha\beta} X_\beta | B > \tag{16}$$

これを逆に解いて*)，

$$X_\alpha | B > = -i (N^{-1})_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial B_\beta} | B > \equiv \hat{X}_\alpha | B > \tag{17}$$

を得る。ここで断熱近似を用い，非集団変数に対する $B_m$ の微分を

$$\frac{\partial}{\partial B_m} | B > \approx \text{定数} | B > = < B | \frac{\partial}{\partial B_m} | B > | B > \tag{18}$$

で置きかえる。従って一般の生成子 $E_a$ の状態 $| B >$ への作用として次式を得る。

$$\left\{ \begin{array}{ll} E_a | B > \approx U_{ia} \hat{X}_i | B > + < B | E'_a | B > | B > & (19) \\ & \\ \hat{X}_i = -i (N^{-1})_{ij} \dfrac{\partial}{\partial B_j}, \quad E'_a \equiv U_{ma} E_a = E_a - U_{ia} X_i & (20) \end{array} \right.$$

*) $\hat{X}_\alpha$ の交換関係は，$X_\alpha$ のそれ(12)と符号が逆[3]。

但し，$\{X_i\}$ が部分リー代数を作るという条件

$$F_{ijm}=0\ (i,\ j\leqq f\ \text{and}\ m>f) \tag{21}$$

を用いた。

さて，変分方程式 (14) を $\psi(B)$ について変分をとると

$$\left\{\begin{array}{ll}\int\psi^*(B')<B'|H(E_a)-E|B>dB'=0 & (22)\\ \\ E\equiv<\Psi|H|\Psi>/<\Psi|\Psi> & (23)\end{array}\right.$$

を得る。(22) の被積分関数に近似 (19) を用いると，微分方程式が得られる。

$$\left\{\begin{array}{ll}[H(U_{ia}\hat{X}_i)+H(<B|E'_a|B>)+V-E]\bar{\psi}(B)=0 & (24)\\ \\ \bar{\psi}(B)=<\Psi|B> & (25)\end{array}\right.$$

これが我々の大振巾集団運動を決定する基礎方程式であり，丁度分子物理学でのボルンーオッペンハイマー方程式に相当するものである。

しかしながら分子物理の場合と異なり，集団変数 $\{U_{ia}\}$ も変分方程式 (14) の変分 $\delta U_{ia}$ から決定しなければならない。

$$\delta(E_n(U_{ia})-\Sigma\lambda_i U_{ia}^2)=0 \tag{26}$$

ここで，$E_n$ は (24) の固有地であり，$\lambda_i$ は (15) から決められる。

## §4. まとめ

以上をまとめると次の様になる。任意のハミルトニアンHが与えられたとする。

(i) 全体のリー代数 $\{E_a\}$ の選択。これはHが $\{E_a\}$ で書ければ何をもって来ても良い。

(ii) 集団変数 $\{X_i\}$ の選択。これについては，確固として指導原理はない。 ただ，ハミルトニアンの形から適当に類推する以外，有効な手だてはない。

(iii) 微分方程式 (24) を解くこと。但し，この段階では $\{U_{ia}\}$ はパラメータと見なければならない。

(iv) 上記で得た固有値を (26) へ代入し，$\{U_{ia}\}$ の値を求め，集団変数を決定する。

我々の方法は，あくまで集団運動の存在を前提にしており，集団運動をもたない様なハミルトニアンに対しては，全く誤まった結論を与えるであろう。

参 考 文 献

1) M. Iwasaki, Prog. Theor. Phys. **70** (1983), No.6.

2) R. E. Peierls and J. Yoccoz, Proc. Roy. Soc. **A70** (1957), 381.

3) 崎田文二，素粒子論研究 **62** (1981), 214.